

МАГНЕТИЗМ

Основные формулы и законы

1 Закон Био-Савара-Лапласа

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I[d\vec{l}, \vec{r}]}{r^3}$$

$$dB = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I \sin \alpha}{r^2} dl$$

2 Связь магнитной индукции \vec{B} с напряженностью \vec{H} магнитного поля

$$\vec{B} = \mu\mu_0 \vec{H}$$

$$B = \mu\mu_0 H$$

3 Магнитная индукция поля:

в центре кругового тока	$B = \frac{\mu_0 \mu I}{2R}$
на оси кругового тока	$B = \frac{\mu\mu_0 IR^2}{2(R^2 + a^2)^{3/2}}$
прямого тока	$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi r}$
отрезка провода с током	$B = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi r} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2)$
на оси соленоида	$B = \frac{\mu_0 \mu NI}{l} = \mu_0 \mu n I$

4 Закон Ампера

$$\vec{F}_A = I[\vec{B}, \vec{l}]$$

$$F_A = IB l \sin \alpha$$

5 Сила взаимодействия параллельных проводников с током

$$F = \frac{\mu_0 \mu I_1 I_2 l}{2\pi d}$$

6 Сила Лоренца

$$\vec{F}_l = q[\vec{v}, \vec{B}]$$

$$F_l = qvB \sin \alpha$$

7 Магнитный момент контура с током

$$\vec{p}_m = IS\vec{n}$$

$$p_m = IS$$

8 Вращающий момент, действующий на контур с током в магнитном поле

$$\vec{M} = [\vec{p}_m, \vec{B}]$$

$$M = p_m B \sin \alpha$$

9 Магнитный поток

$$d\Phi = \vec{B} d\vec{S}$$

$$\Phi = BS \cos \alpha$$

10 Потокосцепление (полный магнитный поток)

$$\psi = N\Phi$$

11 Работа по перемещению замкнутого контура в магнитном поле

$$A = I\Delta\Phi$$

12 ЭДС индукции

$$\varepsilon_i = -\frac{d\psi}{dt} = -\frac{d\Phi}{dt} N$$

13 ЭДС самоиндукции

$$\varepsilon_{si} = -L \frac{dI}{dt}$$

14 Индуктивность контура

$$L = \frac{\psi}{I} = \frac{\Phi N}{I}$$

15 Индуктивность соленоида

$$L = \frac{\mu_0 \mu N^2 S}{l} = \mu_0 \mu n^2 V$$

16 Энергия магнитного поля

$$W_M = \frac{LI^2}{2}$$

17 Объемная плотность энергии магнитного поля

$$\omega = \frac{W_m}{V} = \frac{B^2}{2\mu_0\mu} = \frac{\mu_0\mu H^2}{2} = \frac{BH}{2}$$

Примеры решения задач

Задача 1. По проводу, согнутому в виде кольца радиусом 11 см, течет ток 14 А. Найти напряженность поля в центре кольца и в точке, лежащей на перпендикуляре к плоскости кольца, восстановленном из его центра, на расстоянии 10 см от центра.

Решение.

$R=11\text{см} = 0,11\text{м}$ $I=14\text{А}$ $d=10\text{см} = 0,10\text{м}$ $H_1\text{-? } H_2\text{-?}$	Напряженность магнитного поля в центре кольца определим по формуле $H_1 = \frac{I}{2R}$ в точке, лежащей на перпендикуляре к плоскости кольца $H_2 = \frac{IR^2}{2(R^2 + d^2)^{3/2}}.$
--	--

Анализ единиц: $[H] \frac{A \cdot m^2}{(m^2)^{3/2}} = \frac{A \cdot m^2}{m^3} = \frac{A}{m}$

Вычисления: $H_1 = \frac{14}{2 \cdot 0,11} = 63,6 \text{ А/м}$

$$H_2 = \frac{14 \cdot 0,11^2}{2 \cdot (0,11^2 + 0,1^2) \cdot \sqrt{0,11^2 + 0,1^2}} = \frac{0,1694}{0,0065} = 26,1 \text{ А/м}$$

Ответ: $H_1=63,6 \text{ А/м}$, $H_2=26,1 \text{ А/м}$

Задача 2. По горизонтальному проводнику длиной 20 см и массой 2 г течет ток 5 А. Определить индукцию магнитного поля, в которое нужно поместить проводник, чтобы он висел не падая.

Решение.

$l=20\text{см}=0,2\text{м}$ $m=2\text{г}= 0,002\text{кг}$ $I=5\text{А}$ $B\text{-?}$	На проводник действует сила тяжести mg , которая равна и противоположна по направлению силе Ампера $F_A=IBl,$ т.е. $mg=IBl$, откуда $B = \frac{mg}{I l}.$
---	--

Анализ единиц: $[B] = \frac{\text{кг}(\text{м}/\text{с}^2)}{\text{А} \cdot \text{м}} = \frac{\text{Н}}{\text{А} \cdot \text{м}} = \text{Тл}$

Вычисления: $B = \frac{2 \cdot 10^{-3} \cdot 9,8}{5 \cdot 0,2} = 20 \cdot 10^{-3} = 20 \text{ мТл}$

Ответ: $B = 20 \text{ мТл}$

Задача 3. Протон описал окружность радиусом 5см в однородном магнитном поле с индукцией 20мТл. Определить скорость протона.

Решение.

$R = 5\text{см} = 0,05\text{м}$
 $B = 20\text{мТл} = 0,02\text{Тл}$
 $q = 1,6 \cdot 10^{-19}\text{Кл}$
 $m = 1,67 \cdot 10^{-27}\text{кг}$
 $v = ?$

В магнитном поле на заряженную частицу действует сила Лоренца $F_L = qvB$, которая сообщает частице нормальное ускорение.

По второму закону Ньютона

$$qvB = \frac{mv^2}{R}$$

откуда скорость частицы

$$v = \frac{qBR}{m}$$

Анализ единиц:

$$[v] = \frac{\text{Кл} \cdot \text{Тл} \cdot \text{м}}{\text{кг}} = \frac{\text{Кл} \cdot \text{м} \cdot \text{Н}}{\text{А} \cdot \text{м} \cdot \text{кг}} = \frac{\text{А} \cdot \text{с} \cdot \text{кг} \cdot \text{м}}{\text{А} \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^2} = \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Вычисления:

$$v = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 2 \cdot 10^2 \cdot 5 \cdot 10^{-2}}{1,67 \cdot 10^{-27}} = 9,6 \cdot 10^4 \text{ м/с.}$$

Ответ: $v = 9,6 \cdot 10^4 \text{ м/с.}$

Задача 4. Соленоид, содержащий 1000 витков провода, находится в однородном магнитном поле, индукция которого изменяется со скоростью $\Delta B / \Delta t = 20 \text{ мТл/с}$. Ось соленоида составляет с вектором магнитной индукции 60° . Радиус соленоида 2см. Определить ЭДС индукции, возникающей в соленоиде.

Решение.

$N = 10^3$
 $\Delta B / \Delta t = 20 \text{ мТл/с} = 0,02 \text{ Тл/с}$
 $\alpha = 60^\circ$
 $r = 2\text{см} = 0,02\text{м}$
 $\varepsilon_i = ?$

ЭДС индукции, возникающая в соленоиде:

$$\varepsilon_i = - \frac{N \Delta \Phi}{\Delta t}$$

Магнитный поток:

$$\Phi = B S \cos \alpha = B \pi r^2 \cos \alpha.$$

С учетом этого запишем $\varepsilon_i = - N \pi r^2 \cos \alpha \cdot \frac{\Delta B}{\Delta t}.$

Анализ единиц: $[\varepsilon_i] = \frac{\text{Тл} \cdot \text{м}^2}{\text{с}} = \frac{\text{Вб}}{\text{с}} = \frac{\text{В} \cdot \text{с}}{\text{с}} = \text{В}.$

Вычисления: $\varepsilon_i = -20 \cdot 10^{-3} \cdot 3,14 \cdot 4 \cdot 10^{-4} \cdot 10^3 \cdot 0,5 = 12,5 \cdot 10^{-3} \text{В} = -12,5 \text{мВ}.$

Ответ: $\varepsilon_i = -12,5 \text{мВ}.$

Задача 5. Однослойная катушка площадью 10см^2 , содержащая 100 витков провода, помещена в однородное магнитное поле с индукцией 8мТл параллельно линиям магнитной индукции. Сопротивление катушки 100Ом . Определить, какой заряд пройдет по катушке, если отключить магнитное поле.

Решение.

$S = 10 \text{см}^2 = 10 \cdot 10^{-4} \text{м}^2$ $N = 100$ $B = 8 \text{мТл} = 8 \cdot 10^{-3} \text{Тл}$ $R = 100 \text{Ом}$ $\Delta q = ?$	По определению сила тока, возникающего в катушке $I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$ С другой стороны, по закону Ома $I = \frac{U}{R}$
--	--

Т.к. в катушке возникает ЭДС индукции, то $U = \varepsilon_i$;

$$\varepsilon_i = \frac{-N \Delta \Phi}{\Delta t} = \frac{N \Phi_0}{\Delta t} = \frac{BSN}{\Delta t}$$

Таким образом
$$I = \frac{BSN}{R \Delta t}$$

Тогда
$$\frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{BSN}{R \Delta t}, \text{ откуда } \Delta q = \frac{BSN}{R}$$

Анализ единиц: $[\Delta q] = \frac{\text{Тл} \cdot \text{м}^2}{\text{Ом}} = \frac{\text{В} \cdot \text{с}}{\text{Ом}} = \text{А} \cdot \text{с} = \text{Кл}$

Вычисления: $\Delta q = \frac{8 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-3} \cdot 10^2}{10} = 8 \cdot 10^{-5} \text{ Кл} = 80 \text{ мкКл}$

Ответ: $\Delta q = 80 \text{ мкКл}.$

Задача 6. Определить энергию магнитного поля соленоида, в котором при силе тока 5А возникает магнитный поток 0,5Вб.

Решение.

$I=5\text{А}$ $\Phi=0,5\text{Вб}$ $W=?$	Энергия магнитного поля $W = \frac{LI^2}{2}$
---	---

Из формулы $\Phi=LI$ найдем, что $L = \frac{\Phi}{I}$

и
$$W = \frac{\Phi I^2}{2I} = \frac{\Phi I}{2}$$

Анализ единиц: $[W]= \text{Вб} \cdot \text{А} = \text{Тл} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{А} = \text{В} \cdot \text{с} \cdot \text{А} = \text{Дж}$.

Вычисления: $W = 2,5 \cdot \frac{5}{2} = 1,25 \text{ Дж}$.

Ответ: $W=1,25 \text{ Дж}$.

Задача 7. По трем длинным проводам, расположенным в одной плоскости, параллельно друг другу на расстоянии 3 см друг от друга текут токи силой $I_1 = I_2$ и $I_3 = I_1 + I_2$. Определить положение прямой, в каждой точке которой индукция магнитного поля, создаваемого токами, равна нулю.

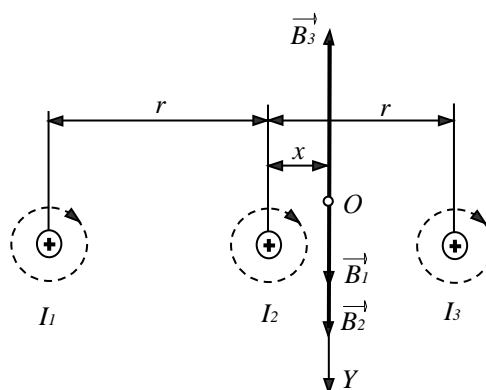
Решение.

$r=3\text{см}=3 \cdot 10^{-2}\text{м}$	
--	--

$I_1 = I_2$

$I_3 = I_1 + I_2$.

$x=?$	
-------	--



Пусть токи I_1 , I_2 и I_3 текут в плоскости, перпендикулярной рисунку, в направлении от нас (направления токов указаны на рисунке крестиками). Векторы индукций магнитных полей, создаваемых токами, направлены по правилу буравчика по касательной в любой точке линии индукции (обозначены на рисунке пунктирными окружностями).

Очевидно, что искомая прямая, на которой вектор индукции магнитного поля равен нулю, расположена между токами I_2 и I_3 на каком-

то расстоянии x от тока I_2 . Действительно, векторы индукции \vec{B}_1 и \vec{B}_2 полей, создаваемых в точке O токами I_1 и I_2 , направлены вниз, а вектор индукции \vec{B}_3 поля, создаваемого в этой точке током I_3 , направлен вверх. Согласно принципу суперпозиции магнитных полей,

$$\vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 = 0,$$

или в скалярной форме относительно оси Y

$$B_1 + B_2 - B_3 = 0.$$

Индукция поля, образованного бесконечно длинным прямым проводником с током, равна

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi r}.$$

Тогда

$$B_1 = \frac{\mu\mu_0 I_1}{2\pi(r+x)}; \quad B_2 = \frac{\mu\mu_0 I_2}{2\pi x}; \quad B_3 = \frac{\mu\mu_0(I_1 + I_2)}{2\pi(r-x)}.$$

Подставив выражения, получим

$$\frac{\mu\mu_0 I_1}{2\pi(r+x)} + \frac{\mu\mu_0 I_2}{2\pi x} - \frac{\mu\mu_0(I_1 + I_2)}{2\pi(r-x)} = 0,$$

или после преобразования $4x^2 + rx - r^2 = 0$, откуда

$$x = \frac{-r \pm \sqrt{r^2 + 16r^2}}{8} = \frac{-3 \cdot 10^{-2} \pm 12,4 \cdot 10^{-2}}{8}.$$

Следовательно, $x \approx 1,2 \cdot 10^{-2}$ м. Второй корень квадратного уравнения отбрасываем, так как он соответствует точке, расположенной между токами I_1 и I_2 , что невозможно.

Ответ: $x \approx 1,2 \cdot 10^{-2}$ м

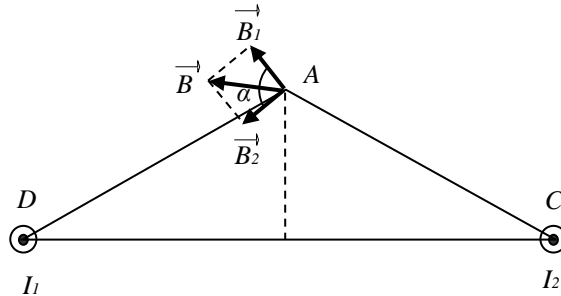
Задача 8. По двум длинным прямым проводникам, находящимся на расстоянии 5 см друг от друга, протекают токи силой по 10 А в одном направлении. Определить индукцию магнитного поля в точке, находящейся на расстоянии 3 см от каждого проводника.

Решение

$$r = 3 \text{ см} = 3 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$$l = 5 \text{ см} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$$I_1 = I_2 = I = 10 \text{ А}$$



$B = ?$

Вектор магнитной индукции \vec{B} поля в точке А равен векторной сумме индукций \vec{B}_1 и \vec{B}_2 полей, создаваемых в этой точке каждым током в отдельности (см. рис). Направление векторов \vec{B}_1 и \vec{B}_2 определяем по правилу буравчика. Числовое значение индукции магнитного поля в точке А может быть найдено по теореме косинусов:

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2B_1B_2 \cos \alpha} \quad (29)$$

Индукции магнитных полей, создаваемых каждым током в точке А, соответственно равны:

$$B_1 = \frac{\mu \mu_0 I}{2\pi r_1}; \quad B_2 = \frac{\mu \mu_0 I}{2\pi r_2}.$$

Поскольку $r_1 = r_2 = r$, $B_1 = B_2$, то выражение (29) примет вид

$$B = \sqrt{2B_1^2 + 2B_1^2 \cos \alpha} = B_1 \sqrt{2 + 2 \cos \alpha} \quad (30)$$

Из ΔADC по теореме косинусов найдем $l^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2r_1r_2 \cos \alpha$,

$$\text{откуда } \cos \alpha = \frac{r_1^2 + r_2^2 - l^2}{2r_1r_2} = \frac{2r^2 - l^2}{2r^2}.$$

Подставив выражение для B_1 и $\cos \alpha$ в уравнение (30), получим

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi r} \sqrt{2 + \frac{2(2r^2 - l^2)}{2r^2}} = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi r^2} \sqrt{4r^2 - l^2}$$

Анализ единиц:

$$[B] = \frac{\text{Гн} \cdot \text{А}}{\text{м} \cdot \text{м}^2} \text{м} = \frac{\text{Вб}}{\text{м}^2} = \text{Тл}$$

Вычисления:

$$B = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7} \cdot 10}{2 \cdot 3,14 (3 \cdot 10^{-2})^2} \sqrt{4 \cdot (3 \cdot 10^{-2})^2 - (5 \cdot 10^{-2})^2} = 66,6 \cdot 10^{-6} \text{Тл} = 66,6 \text{ мкТл.}$$

Ответ: $B = 66,6 \text{ мкТл}$

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Таблица А.1 - Основные физические постоянные

Физические постоянные	Обозначение	Значение
Нормальное ускорение свободного падения	g	$9,81 \text{ м/с}^2$
Гравитационная постоянная	G	$6,67 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/(\text{кг} \cdot \text{с}^2)$
Постоянная Авогадро	N_A	$6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
Молярная газовая постоянная	R	$8,31 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К})$
Постоянная Больцмана	k	$1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$
Элементарный заряд	e	$1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Скорость света в вакууме	c	$3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Электрическая постоянная	ϵ_0	$8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$
Магнитная постоянная	μ_0	$4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$
Постоянная Стефана-Больцмана	σ	$5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$
Постоянная Вина	b	$2,9 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$
	C_1	$1,29 \cdot 10^{-5} \text{ Вт}/(\text{м}^3 \cdot \text{К}^5)$
Постоянная Планка	h	$6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
	\hbar	$1,05 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Постоянная Ридберга	R	$3,29 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$
	R'	$1,1 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$
Первый Боровский радиус	a_0	$0,529 \cdot 10^{-10} \text{ м}$
Комптоновская длина волны электрона	λ_c	$2,43 \cdot 10^{-12} \text{ м}$
Энергия ионизации атома водорода	E_i	$2,18 \cdot 10^{-18} \text{ Дж}$ (13,6 эВ)
Атомная единица массы	1 а.е.м.	$1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Масса покоя электрона	m_e	$9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$ (0,00055 а.е.м.)
Масса покоя протона	m_p	$1,672 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$ (1,00728 а.е.м.)
Масса покоя нейтрона	m_n	$1,675 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$ (1,00867 а.е.м.)
Масса покоя α -частиц	m_α	$6,64 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$ (4,00149 а.е.м.)

Таблица А.2 -Соотношение между внесистемными единицами и единицами СИ

1 л = 10^{-3} м³ 1 эВ = $1,6 \cdot 10^{-19}$ Дж 1 мм.рт.ст. = 133 Па
 1 атм = $1,01 \cdot 10^5$ Па 1 Å = 10^{-10} м

Таблица А.3- Молярная масса, эффективный диаметр молекул некоторых газов

Газ	$\mu \cdot 10^{-3}$, кг/моль	$d \cdot 10^{-10}$, м	Газ	$\mu \cdot 10^{-3}$, кг/моль	$d \cdot 10^{-10}$, м
Водород	2	2,3	Аргон	40	3,5
Гелий	4	1,9	Воздух	29	2,7
Азот	28	3,0	Углекислый газ	44	
Кислород	32	2,7	Пары воды	18	3,0
Неон	20				

Таблица А.4 -Диэлектрическая проницаемость

Вещество	Проницаемость ϵ	Вещество	Проницаемость ϵ
Вода	81	Слюда	7
Парафин	2	Кварц	4,5
Стекло	7	Воск	3

Таблица А.5 - Удельное сопротивление металлов

Металл	Удельное сопротивление, Ом·м	Металл	Удельное сопротивление, Ом·м
Медь	$1,7 \cdot 10^{-8}$	Алюминий	$2,53 \cdot 10^{-8}$
Железо	$9,8 \cdot 10^{-8}$	Серебро	$1,6 \cdot 10^{-8}$
Нихром	$1,1 \cdot 10^{-6}$	Свинец	$2,2 \cdot 10^{-8}$

Таблица А.6 - Показатель преломления

Вещество	Показатель	Вещество	Показатель
Алмаз	2,42	Глицерин	1,44
Вода	1,33	Стекло	1,50

Таблица А.7 - Работа выхода электронов

Металл	$A \cdot 10^{-19}$ Дж	A , эВ	Металл	$A \cdot 10^{-19}$ Дж	A , эВ
Вольфрам	7,2	4,5	Рубидий	3,4	2,1
Калий	3,5	2,2	Серебро	4,7	7,5
Литий	3,7	2,3	Цезий	3,2	2,0
Натрий	4,0	2,5	Цинк	6,4	4,0
Платина	10,1	6,3			

Таблица А.8 - Массы некоторых изотопов, *а.е.м.*

Изотоп	Масса	Изотоп	Масса	Изотоп	Масса
1_1H	1,00783	6_3Li	6,01512	${}^{10}_5B$	10,01294
2_1H	2,01410	7_3Li	7,01600	${}^{12}_6C$	12,0
3_1H	3,01605	7_4Be	7,01693	${}^{14}_7N$	14,00307
3_2He	3,01603	8_4Be	8,00531	${}^{16}_8O$	15,99491
4_2He	4,00260	9_4Be	9,01218	${}^{17}_8O$	16,99913

Таблица А.9 - Множители и приставки для образования десятичных кратных и дольных единиц и их наименование

Приставка		Множитель	Приставка		Множитель
Наименование	Обозначение		Наименование	Обозначение	
Гига	Г	10^9	деци	д	10^{-1}
Мега	М	10^6	санتي	с	10^{-2}
Кило	к	10^3	милли	м	10^{-3}
			микро	мк	10^{-6}
			нано	н	10^{-9}
			пико	п	10^{-12}